

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; -5)$, $\mathbf{b}(2; -1; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -5; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -6; -2)$, $\mathbf{b}(1; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 14; 8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 6)$, $B(2; 7; 7)$, $C(-4; 4; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(6; 9; 2)$, $B(15; 11; 7)$, $C(11; 10; 5)$, $D(10; 10; 4)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(8; 4; 4)$, $B(9; 12; 1)$, $D(9; 9; 1)$, $A_1(6; -3; 11)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y + z = 9$ и $\beta : -x + 8y - 13 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; -4; -3)$, $B(-7; -3; -4)$, $C(-9; -2; -1)$, и найти расстояние от точки $S(0; -3; 1)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -6; 5)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 7y - 2z = 7$ и $x + y + z + 3 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 4; 2)$, $B(2; 6; 2)$, $C(-1; 11; 3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 4y - 3z - 25 = 0 \\ x + 5y - 2z - 22 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; 11; 3)$ относительно плоскости $-3x + 4y + z - 12 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y - 2z - 1 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(1; 21)$ и $C(-7; -3)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; -2; 6)$, $\mathbf{b}(2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 2; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -3; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(5; 18; -18)$, $\mathbf{b}(1; 4; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -5; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 0; 0)$, $B(4; 10; -1)$, $C(4; 1; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(2; 1; 7)$, $B(3; -1; 7)$, $C(3; 4; 12)$, $D(2; 0; 6)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(9; 0; -7)$, $B(7; 1; -6)$, $D(6; 2; -5)$, $E(4; 4; 1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 2y - 11 = 0$ и $\beta : -2x - 3y + 5z = 11$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 9; 5)$, $B(13; 8; 1)$, $C(1; 11; 8)$, $S(1; -6; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -10; -7)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-4}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - y - 3z = 6$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 6; 2)$, $B(3; 0; 7)$, $C(3; 1; 6)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y - z - 2 = 0 \\ -3x + y + 23 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(3; 6; 6)$ на плоскость $x + y - z = -9$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{5} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z - 5 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 1)$, $B(8; -16)$ и $C(-6; -11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -4; 6)$, $\mathbf{b}(1; -1; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 2; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; 2; 5)$, $\mathbf{b}(1; 2; 4)$, $\mathbf{c}(3; -4; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 2)$, $B(5; 0; -1)$, $C(-3; 5; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(9; 8; 8)$, $B(6; 9; 6)$, $C(10; 10; 11)$, $D(10; 8; 9)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-2; -7; 0)$, $B(0; -8; 2)$, $D(0; -6; -2)$, $E(-3; -4; -5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + 2y + z = 15$ и $\beta : -2x - 3y + 4 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; -2; -1)$, $B(-6; -1; 3)$, $C(-5; 0; 0)$, и найти расстояние от точки $S(6; -8; 5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -1; 10)$ перпендикулярно плоскостям $3x - 3y - z = 1$ и $-5x + 4y + 2z - 6 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 4; 0)$, $B(2; 3; -1)$, $C(3; 3; 0)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y - 2z - 15 = 0 \\ 3x + 2y + z - 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(8; -24; -7)$ на плоскость $8x - 9y - z + 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{3} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-6}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z = 1$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 2)$, $B(2; -5)$ и $C(1; 4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; -4)$, $\mathbf{b}(3; 1; -4)$, $\mathbf{c}(3; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -1; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -6; -1)$, $\mathbf{b}(1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-7; 5; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 5)$, $B(5; 13; 5)$, $C(3; 10; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(2; 7; 4)$, $B(5; 5; -4)$, $C(-2; 8; 13)$, $D(1; 7; 6)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(6; 9; -3)$, $B(6; 7; -2)$, $C(7; 12; -6)$, $D(8; 2; -10)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y + z = 1$ и $\beta : -4x - 7y - 4 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -7; 0)$, $B(4; -5; 3)$, $C(1; -6; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -2; 0)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 3; 5)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-4x - y + 2z = 3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 5)$, $B(1; 1; 8)$, $C(-1; 2; 13)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 5y - z - 22 = 0 \\ x + 4y - 21 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; 8; 3)$ относительно плоскости $9x - 6y + z = 42$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y + 8z - 12 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 2)$, $B(9; -11)$ и $C(-8; -22)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 0)$, $\mathbf{b}(0; 1; -4)$, $\mathbf{c}(3; 3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 5; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; 2; 5)$, $\mathbf{b}(-1; 4; 5)$, $\mathbf{c}(4; -9; -10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 9)$, $B(7; 3; 11)$, $C(-1; 1; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-1; 3; 4)$, $\mathbf{b}(-2; 7; 5)$, $\mathbf{c}(1; -5; -5)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(0; 3; 8)$, $Q(-1; 1; 5)$, $R(-3; 1; 6)$, $S(-7; 2; 9)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - y + 1 = 0$ и $\beta : 6x + 5y - 6z = 5$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 7; 7)$, $B(3; 8; 8)$, $C(-1; 6; 7)$, и найти расстояние от точки $S(0; -8; 0)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -7; 3)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-4}{1}$ и $\frac{x+7}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 2; 9)$, $B(9; 4; 10)$, $C(13; 7; 11)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 2z - 2 = 0 \\ 5x + y + z + 11 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; -12; 12)$ относительно плоскости $7x + 8y - 7z + 7 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y + 2z - 1 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 3)$, $B(-6; -4)$ и $C(-9; 7)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-2; -5; 1)$, $\mathbf{c}(-1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 9; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-7; 21; 18)$, $\mathbf{b}(4; -3; -3)$, $\mathbf{c}(3; -7; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 8)$, $B(7; 9; 7)$, $C(1; 9; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(3; 2; 6)$, $\mathbf{b}(1; 3; 7)$, $\mathbf{c}(0; 4; 9)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(7; 1; -2)$, $B(9; -8; -7)$, $D(6; 4; 0)$, $E(7; 3; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + z - 4 = 0$ и $\beta : -2x - 2y + 2z = -13$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -8; 6)$, $B(-6; -4; 9)$, $C(-1; -7; 7)$, $S(-7; -2; 2)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 4; -9)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 3 = 0$ и $x + y + z + 4 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 6)$, $B(9; 3; 4)$, $C(12; 5; 3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + 3z - 13 = 0 \\ x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(18; -4; 7)$ на плоскость $6x + y + 6z = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - z + 7 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -5)$, $B(18; -3)$ и $C(0; -9)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -4; -1)$, $\mathbf{b}(1; 3; -3)$, $\mathbf{c}(-4; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 3; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -2; -1)$, $\mathbf{b}(7; -1; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 9; 2)$, $B(-6; 11; 1)$, $C(0; 8; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-1; -5; -6)$, $\mathbf{b}(0; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -7; -8)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(5; -1; -6)$, $B(7; -2; -8)$, $D(4; 9; -11)$, $E(2; 0; -3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -6x + 3y + 7z = 2$ и $\beta : x + z + 14 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; -3; -1)$, $B(-10; -2; -4)$, $C(-12; -1; -9)$, $S(-6; -3; 6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 1; -6)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и $\frac{x}{5} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+4}{-5}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 7)$, $B(1; 5; 10)$, $C(-1; -2; 5)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 2y + z + 9 = 0 \\ -7x - 5y + 2z + 24 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; -1; -1)$ относительно плоскости $-8x + 7y + 7z + 47 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y - 2z = 9$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 2)$, $B(-11; 7)$ и $C(0; 14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 0; -1)$, $\mathbf{b}(3; -1; -2)$, $\mathbf{c}(1; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -6; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 5; 2)$, $\mathbf{b}(12; 7; 19)$, $\mathbf{c}(-4; -4; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 0)$, $B(-2; 9; 3)$, $C(4; 6; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Лежат ли точки $A(4; 4; 4)$, $B(9; 7; -1)$, $C(2; 3; 6)$, $D(2; 9; 10)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(2; -6; 9)$, $A_2(-1; -4; 8)$, $A_4(1; -7; 0)$, $B_1(1; -6; 6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 2y + 2 = 0$ и $\beta : -2x + 3y - 2z = 10$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 2; -3)$, $B(-8; 3; -4)$, $C(-12; 6; 1)$, и найти расстояние от точки $S(3; -7; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; 2; -6)$ параллельно плоскости $x - 4y + z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-6}{-5} = \frac{z+1}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 5)$, $B(6; -2; -3)$, $C(3; 6; 10)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 2y + z - 12 = 0 \\ 7x - 5y + 2z - 23 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти проекцию точки $M(-6; 15; 1)$ на плоскость $-5x + 3y - z = -31$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 3)$, $B(-3; 14)$ и $C(3; 7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 2; -1)$, $\mathbf{b}(1; 4; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; 8; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; 4; 5)$, $\mathbf{b}(6; -6; -5)$, $\mathbf{c}(-1; 0; -9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 7; 5)$, $B(8; 8; 4)$, $C(0; 4; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(1; 3; 5)$, $B(-2; 4; 3)$, $C(2; 3; 6)$, $D(-1; 4; 4)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-11; 1; -2)$, $B(-6; -2; 0)$, $C(-8; -1; -1)$, $D(-13; -5; 2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 2z + 4 = 0$ и $\beta : -4x - y + 3z = 13$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 1; -8)$, $B(-8; 2; -9)$, $C(-3; 0; -10)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 1; -6)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; 2; 10)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-1}{6} = \frac{z+1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 7 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 9; 9)$, $B(6; 12; 7)$, $C(8; 5; 12)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 2y - z - 17 = 0 \\ -x + 3y - z + 8 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(5; 2; -4)$ относительно плоскости $-x - 5y + 2z = -8$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 6y - 4z - 2 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -2)$, $B(-11; 3)$ и $C(-4; 22)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 0)$, $\mathbf{c}(4; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -1; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; -2; -3)$, $\mathbf{b}(20; -7; -15)$, $\mathbf{c}(-7; 3; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 1)$, $B(9; 5; -2)$, $C(8; 4; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-5; -3; -2)$, $\mathbf{b}(8; 7; 1)$, $\mathbf{c}(5; 4; 1)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; -8; -4)$, $B(-6; -15; 4)$, $D(-4; -11; -1)$, $E(0; 0; -13)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 7x + 4y + z = -14$ и $\beta : -x - y = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 10; 9)$, $B(-6; 12; 8)$, $C(-8; 9; 11)$, $S(1; 3; -6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; -6; -3)$ параллельно плоскости $-3x + y = -8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{4} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+7}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 7)$, $B(10; 8; 4)$, $C(7; 10; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 2z - 5 = 0 \\ x + 2y - z - 27 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; -14; -27)$ относительно плоскости $x + 4y + 9z = -58$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z - 7 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -2)$, $B(5; -17)$ и $C(12; -6)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 4; 1)$, $\mathbf{b}(-5; -1; -4)$, $\mathbf{c}(4; 4; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -9; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -3; -2)$, $\mathbf{b}(2; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 1)$, $B(4; 7; 2)$, $C(5; 8; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(4; 1; 6)$, $B(8; 2; 9)$, $C(-1; 0; 2)$, $D(7; -1; 11)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-9; 2; 2)$, $A_2(-7; 3; 0)$, $A_3(-10; 2; 4)$, $A_4(-5; 4; -5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y + z = 7$ и $\beta : y + 5z + 6 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -3; 5)$, $B(0; -2; 6)$, $C(0; -6; 5)$, $S(-6; 3; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -1; -6)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+6}{0}$ и $\frac{x+7}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+5}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 5)$, $B(3; 4; -5)$, $C(2; 3; -2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + z - 1 = 0 \\ -9x - y - 19 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-9; 0; 8)$ на плоскость $-2x - y + z = 14$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - 2z - 13 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -5)$, $B(-19; -11)$ и $C(-14; 3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -2; 2)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 3; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -3; 7)$, $\mathbf{b}(1; 2; -1)$, $\mathbf{c}(1; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 4; 2)$, $B(-4; 2; 5)$, $C(5; 3; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 9; 1)$, $B(10; 13; -9)$, $C(6; 6; 6)$, $D(6; 7; 5)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-1; 7; 9)$, $A_2(1; 10; 9)$, $A_4(1; 6; 7)$, $B_1(-4; 0; 8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 2y - 3z = 6$ и $\beta : -x + 2y = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; 7; -7)$, $B(10; 8; -5)$, $C(8; 8; -4)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 6; -8)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -1; -3)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y - 3 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 4; 1)$, $B(2; 5; 0)$, $C(-5; 11; -8)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y - 10z + 1 = 0 \\ -x + y - 9z + 1 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-11; -20; -13)$ относительно плоскости $4x + 9y + 5z = 16$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y + 6z - 6 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 2)$, $B(12; -11)$ и $C(-1; -10)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; -4)$, $\mathbf{b}(-4; 2; 5)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -1; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -3; -2)$, $\mathbf{b}(7; 6; 3)$, $\mathbf{c}(-4; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 7)$, $B(11; 11; 6)$, $C(8; 1; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(0; 9; 3)$, $B(4; 0; 4)$, $C(1; 7; 3)$, $D(1; 6; 4)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(2; 0; 7)$, $B(4; -9; 4)$, $D(2; 4; 8)$, $A_1(3; -5; 5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 4x - 7y - 5z = 2$ и $\beta : -x + z - 12 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; -2; 0)$, $B(9; -3; -1)$, $C(7; -10; 2)$, $S(6; 1; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 1; -5)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 2y + z - 3 = 0$ и $9x - 5y - 2z + 5 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 2)$, $B(6; -2; -3)$, $C(4; 3; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + y + z + 15 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-16; 44; -16)$ на плоскость $-5x + 9y - 2z = 68$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{6}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -2)$, $B(-15; -11)$ и $C(-8; -20)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 3; -5)$, $\mathbf{b}(-5; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -6; 10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(7; 6; 2)$, $\mathbf{b}(1; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-19; -20; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 8)$, $B(8; 10; 8)$, $C(6; 10; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(7; 5; 7)$, $B(12; 8; 6)$, $C(10; 3; 14)$, $D(6; 4; 8)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-8; -9; 7)$, $B(-12; -12; 7)$, $D(-13; -16; 4)$, $A_1(-12; -14; 5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 2y - 3z = -2$ и $\beta : -3x + 2z - 14 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -2; 0)$, $B(3; -3; 3)$, $C(2; -3; 2)$, и найти расстояние от точки $S(8; 2; 1)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 3; 3)$ параллельно плоскости $-x - 7y - 2z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 1)$, $B(6; 5; -1)$, $C(5; 5; -2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + 6y - 3z - 19 = 0 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; -6; 3)$ относительно плоскости $3x + 3y - 2z - 9 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{6} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+4}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 9 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 3)$, $B(5; -18)$ и $C(14; 15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 1; -5)$, $\mathbf{b}(-2; -5; 0)$, $\mathbf{c}(-3; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; -5; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(7; 7; -2)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 2)$, $\mathbf{c}(-9; -13; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 0; 7)$, $B(16; -2; 8)$, $C(3; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-9; -5; -1)$, $\mathbf{b}(-2; -1; 0)$, $\mathbf{c}(7; 3; -1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(7; 7; -5)$, $A_2(6; 6; -2)$, $A_3(9; 9; 4)$, $A_4(5; 6; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 6y - 7z = 13$ и $\beta : -y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; -3; 6)$, $B(-7; -5; 5)$, $C(-7; -2; 6)$, и найти расстояние от точки $S(5; -4; -5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -8; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 3y = 4$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 8)$, $B(6; 4; 11)$, $C(-1; 1; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 2y + z - 26 = 0 \\ -4x - y + 3z - 29 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; -8; -25)$ относительно плоскости $-x + 2y + 9z + 24 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = 6$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -4)$, $B(-11; 13)$ и $C(1; -8)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 1; -2)$, $\mathbf{b}(-3; -3; 4)$, $\mathbf{c}(-3; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -7; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-14; -1; -9)$, $\mathbf{b}(3; 1; 1)$, $\mathbf{c}(6; 3; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 8)$, $B(6; 1; 0)$, $C(3; 3; 15)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(1; 6; 8)$, $B(5; 7; 17)$, $C(2; 6; 10)$, $D(1; 7; 9)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(2; 0; -5)$, $Q(-3; 3; 1)$, $R(0; 1; -3)$, $S(11; 4; -12)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + z + 9 = 0$ и $\beta : -8x - 4y - z = 11$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 4)$, $B(-2; 2; 3)$, $C(-3; 5; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -1; 3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; 1; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{-4}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + y + 3z = -4$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 7)$, $B(-1; 4; 14)$, $C(4; -3; 2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - 17 = 0 \\ -3x + 2y + z + 19 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-18; 21; -9)$ относительно плоскости $9x - 9y + 4z - 58 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{4} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 9 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -4)$, $B(-20; -1)$ и $C(13; -16)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -2; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 6; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-5; -4; 6)$, $\mathbf{b}(1; 1; -1)$, $\mathbf{c}(1; 2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 9; 7)$, $B(4; 4; 7)$, $C(4; 3; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(2; 0; 3)$, $B(-6; -5; 6)$, $C(0; -1; 6)$, $D(-3; -3; 1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(-6; -3; -12)$, $A_2(2; -8; -8)$, $A_3(7; -12; -5)$, $A_4(-1; -6; -10)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + 2z + 10 = 0$ и $\beta : -4x + 2y - 4z = 13$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -5; -8)$, $B(0; -3; -9)$, $C(2; -6; -7)$, $S(-5; -1; 8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -5; -10)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-5x - y - 2z - 2 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 2; 5)$, $B(12; 1; 10)$, $C(7; 3; 2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + y - 4 = 0 \\ 10x - y + z - 13 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(13; -17; -9)$ относительно плоскости $-4x + 7y + 5z - 9 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y - 2z = -8$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 1)$, $B(18; 4)$ и $C(15; 19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -3; 1)$, $\mathbf{b}(3; -1; 1)$, $\mathbf{c}(5; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -7\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -3; -2)$, $\mathbf{b}(-1; 6; 4)$, $\mathbf{c}(3; -10; -9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 3; 6)$, $B(3; 8; 6)$, $C(4; 9; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-7; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 3)$, $\mathbf{c}(6; 2; -1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-8; -7; 0)$, $A_2(-9; -4; 0)$, $A_3(-3; -2; -2)$, $A_4(-5; 3; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 5y + 14 = 0$ и $\beta : -x - 2y - z = 1$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 0; 5)$, $B(7; 2; 6)$, $C(3; 1; 6)$, и найти расстояние от точки $S(-4; 7; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -5; 4)$ параллельно плоскости $-x - 5y - 3z - 5 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+6}{-2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 8; 9)$, $B(7; 7; 11)$, $C(13; 12; 0)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + y + 18 = 0 \\ -3x + y + z + 11 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-3; 34; 21)$ на плоскость $2x - 9y - 3z - 1 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z = 14$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -2)$, $B(1; 5)$ и $C(4; -4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 2; -5)$, $\mathbf{b}(3; 1; -2)$, $\mathbf{c}(3; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -4; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; -5; 4)$, $\mathbf{b}(6; 2; -7)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 7)$, $B(5; 3; 12)$, $C(6; 4; 16)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 5; 0)$, $B(9; -2; 2)$, $C(6; 3; 1)$, $D(4; 4; 1)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-7; 0; 5)$, $A_2(-4; -5; 0)$, $A_4(-7; 3; 7)$, $B_1(-5; -3; 2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 2y + 3 = 0$ и $\beta : -2x + 3y - z = -12$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; -6; 0)$, $B(6; -11; -2)$, $C(11; -4; 1)$, и найти расстояние от точки $S(6; 4; 7)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; 6; -1)$ параллельно плоскости $x - 2y + 8z = 3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 1; 3)$, $B(8; -2; 2)$, $C(5; 3; 3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 5z - 21 = 0 \\ 2x + 5y - 9z - 26 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти проекцию точки $M(6; 13; -13)$ на плоскость $-8x - 7y + 10z = 157$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{5}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = 11$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -5)$, $B(6; 23)$ и $C(6; -9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -4; -3)$, $\mathbf{b}(5; -3; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; -6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-11; -5; 2)$, $\mathbf{b}(-4; 2; -1)$, $\mathbf{c}(2; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 4; 1)$, $B(2; 5; -3)$, $C(-1; 3; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-1; -1; 0)$, $\mathbf{b}(3; 2; -1)$, $\mathbf{c}(2; 1; -1)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(2; -2; 2)$, $B(7; -5; 4)$, $D(-1; 0; 2)$, $A_1(-3; 1; 1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + 2y + 10 = 0$ и $\beta : -x + 2y - z = 2$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -8; -10)$, $B(3; -7; -10)$, $C(-10; -10; -9)$, и найти расстояние от точки $S(6; -2; -3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; -8; -5)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{8} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+6}{-3}$ и $\frac{x-6}{-5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+7}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 3; 5)$, $B(9; 0; 0)$, $C(7; 7; 11)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y + 3 = 0 \\ 2x - y + z + 7 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-28; 11; 14)$ на плоскость $9x - 7y - 8z = -53$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + z - 2 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -3)$, $B(10; -20)$ и $C(11; 5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -3; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; 1; -2)$, $\mathbf{b}(5; -2; 4)$, $\mathbf{c}(-10; 9; -15)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 7; 7)$, $B(-7; 8; 7)$, $C(-8; 8; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(4; 8; 0)$, $B(5; 9; 3)$, $C(7; 9; 5)$, $D(6; 11; 8)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(8; 5; 1)$, $B(7; 4; 3)$, $D(6; 3; 4)$, $E(12; 10; -4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + y - 12 = 0$ и $\beta : 4x - 2y + 3z = 9$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; 10; -8)$, $B(-4; 15; -6)$, $C(-3; 14; -5)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; -7)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; 9; 4)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 2y + 3z = -1$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 3; 1)$, $B(-3; 4; 0)$, $C(2; 2; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 4z - 4 = 0 \\ 2x + y + 3z + 3 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-17; 13; -11)$ на плоскость $3x - 3y + 2z + 24 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 4z - 14 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -5)$, $B(-12; -3)$ и $C(6; -1)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 1; 2)$, $\mathbf{b}(3; 4; 3)$, $\mathbf{c}(1; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; 10; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -5\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-5; -9; 6)$, $\mathbf{b}(5; 4; -4)$, $\mathbf{c}(5; 4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 3)$, $B(4; 5; 6)$, $C(3; 1; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-3; 1; 4)$, $\mathbf{b}(3; 4; -4)$, $\mathbf{c}(1; 2; -1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(10; -1; -15)$, $A_2(6; 0; -7)$, $A_3(12; -2; -14)$, $A_4(7; 1; -14)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - z + 13 = 0$ и $\beta : 3x + 8y + 4z = 14$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -2; -4)$, $B(1; -1; -3)$, $C(-2; -3; -1)$, и найти расстояние от точки $S(8; -4; 3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 6; -2)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $4x + y - z + 5 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(3; 0; 3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 6y + z - 21 = 0 \\ x + 5y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(3; 1; -13)$ на плоскость $-x - 3y - 3z + 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - 2z = -6$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 3)$, $B(-21; 9)$ и $C(8; 11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 0; -5)$, $\mathbf{b}(-5; 2; 2)$, $\mathbf{c}(-5; 1; 6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; 7; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{c}(2; -5; -9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 1)$, $B(6; 10; -1)$, $C(5; 6; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Лежат ли точки $A(5; 5; 2)$, $B(6; 5; 0)$, $C(4; 8; 1)$, $D(5; 4; 3)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(7; 6; 4)$, $B(11; 9; 5)$, $D(0; -2; 1)$, $A_1(10; 10; 5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y - z + 5 = 0$ и $\beta : 3x - 3y + z = 7$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 4; -6)$, $B(-3; 9; -5)$, $C(-1; -3; -8)$, $S(2; -4; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 8; -2)$ параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - z = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 8)$, $B(0; 10; 15)$, $C(7; 5; -2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y - 14 = 0 \\ x + 8y + z - 18 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(1; 1; -16)$ на плоскость $3x - 2y + 3z = -3$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{4}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z - 7 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -5)$, $B(6; -26)$ и $C(21; -23)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро BC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -5; 0)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -5)$, $\mathbf{c}(2; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-2; -6; -3)$, $\mathbf{b}(1; -3; -1)$, $\mathbf{c}(5; 12; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 7)$, $B(-6; 1; 6)$, $C(-5; 2; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(8; 7; 8)$, $B(9; 2; 9)$, $C(8; 14; 6)$, $D(3; 10; 9)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-9; 1; -1)$, $A_2(-2; -4; 4)$, $A_4(-8; -2; 1)$, $B_1(-9; 3; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - 5y - 3z = -7$ и $\beta : -2y - z + 9 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 6; 6)$, $B(11; 9; 5)$, $C(9; 4; 8)$, $S(5; -7; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -5; -3)$ перпендикулярно плоскостям $x - 6y - z = 2$ и $x + y = -3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 3; 5)$, $B(-9; 7; 0)$, $C(-7; 6; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -10x + 2y + z + 10 = 0 \\ -7x + y + z + 11 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; 0; 0)$ относительно плоскости $-y - z + 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 4y + 4z = -12$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 4)$, $B(-5; -19)$ и $C(6; 8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{b}(3; 2; 0)$, $\mathbf{c}(0; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 5; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -3; -2)$, $\mathbf{b}(1; 3; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 2; 1)$, $B(1; 4; 2)$, $C(0; 3; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(2; 2; 5)$, $B(-3; 1; 2)$, $C(10; 1; 15)$, $D(3; 2; 6)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(0; 9; 8)$, $Q(1; 7; 7)$, $R(4; 16; 4)$, $S(-1; 11; 8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + 2y - z = 1$ и $\beta : -x + 4y - 7 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 0; -3)$, $B(9; -1; -3)$, $C(8; -1; -4)$, $S(1; -4; 6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -1; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y = -5$ и $-6x - y + z + 3 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 5; 5)$, $B(1; 10; 4)$, $C(0; 11; 4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x - y - 2z - 14 = 0 \\ -x + y + z + 2 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; -6; -2)$ относительно плоскости $-x + 5y - 10 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z-7}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - z = -4$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 1)$, $B(23; -17)$ и $C(9; 5)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -1; 3)$, $\mathbf{b}(1; -1; 3)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 2; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-4; 3; 6)$, $\mathbf{c}(3; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 9; 5)$, $B(6; 16; 2)$, $C(3; 6; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(8; 7; 2)$, $B(16; 9; 1)$, $C(8; 8; 0)$, $D(5; 6; 3)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-9; 0; 1)$, $B(-8; 1; -1)$, $D(-14; 1; 7)$, $A_1(-13; 2; 6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y - z + 4 = 0$ и $\beta : 3x - 4y - 5z = -5$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 4; -1)$, $B(-10; -5; -2)$, $C(-8; 11; -1)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 8; 5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 2; 10)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y+6}{-6} = \frac{z+6}{-2}$ и $\frac{x+7}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 0)$, $B(6; 4; 1)$, $C(9; 11; 0)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 4y + z - 20 = 0 \\ 5x - 5y + 2z - 26 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-7; -28; -26)$ на плоскость $-5x - 10y - 8z + 44 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+7}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z + 3 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 1)$, $B(-6; -20)$ и $C(9; -11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 3)$, $\mathbf{b}(1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 1; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; 11; 0)$, $\mathbf{b}(-4; 5; 2)$, $\mathbf{c}(1; -3; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 6)$, $B(4; 5; 1)$, $C(2; -3; 12)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(1; 4; 3)$, $\mathbf{b}(6; 7; 8)$, $\mathbf{c}(2; 1; 2)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; 9; 0)$, $B(0; 6; 1)$, $D(2; 8; -2)$, $E(3; 4; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 8x - 3y - 3z = -10$ и $\beta : -x + y - 6 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -3; 7)$, $B(-6; -2; 9)$, $C(-8; -2; 6)$, $S(0; 5; 1)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -7; 6)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{5} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{4}$ и $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 1; 6)$, $B(4; 3; 10)$, $C(5; 4; 11)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -10x - y - z + 22 = 0 \\ 9x + y - 19 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-13; 31; -16)$ на плоскость $7x - 8y + 3z = -21$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 4y - z = -7$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 3)$, $B(21; 21)$ и $C(-11; 5)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро BC в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; -2)$, $\mathbf{b}(2; 4; -3)$, $\mathbf{c}(1; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 4; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -3; -1)$, $\mathbf{b}(10; 6; -17)$, $\mathbf{c}(-3; -4; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 1; 1)$, $B(6; -1; 8)$, $C(8; 2; -1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(3; 1; 0)$, $B(4; -8; 3)$, $C(5; -6; 2)$, $D(1; -2; 1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-2; 1; -7)$, $A_2(0; 2; -9)$, $A_3(6; 6; -1)$, $A_4(-9; -3; 2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 8y + 3z = 9$ и $\beta : x - z - 9 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -7; -8)$, $B(3; -12; -7)$, $C(2; -5; -7)$, $S(0; 5; 5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; -2; 8)$ параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 4y + z = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 9)$, $B(4; 5; 8)$, $C(3; 5; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z + 12 = 0 \\ x + 3y + 2z - 19 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(6; 17; -19)$ относительно плоскости $x + 5y - 6z - 50 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - 4y + 3z - 11 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 3)$, $B(12; 5)$ и $C(5; 11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{b}(1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(-3; 0; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -1; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -3; -4)$, $\mathbf{b}(1; 1; 3)$, $\mathbf{c}(-3; 0; -14)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 0; 4)$, $B(10; 5; 11)$, $C(9; 3; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 6; 7)$, $B(2; 9; 8)$, $C(8; 7; 1)$, $D(8; 7; 2)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(4; 8; 3)$, $Q(-1; 9; 4)$, $R(-3; 10; 4)$, $S(10; 5; 1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 9 = 0$ и $\beta : -6x + y + 5z = 4$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 5; 4)$, $B(-3; 3; 0)$, $C(0; 8; 5)$, $S(0; 6; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 2; 1)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y - z + 5 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 2; 4)$, $B(-2; 10; 13)$, $C(11; -5; -4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 5z - 1 = 0 \\ -3x + 2y - 3z - 20 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(34; -22; 27)$ на плоскость $8x - 4y + 7z - 33 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - 3z - 8 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -3)$, $B(-10; -16)$ и $C(7; -27)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -3; -3)$, $\mathbf{b}(1; 3; 1)$, $\mathbf{c}(2; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -9; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 1; -1)$, $\mathbf{b}(9; -13; 1)$, $\mathbf{c}(-5; 4; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 0)$, $B(8; -3; -1)$, $C(8; -6; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 3)$, $\mathbf{c}(1; 0; -2)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(5; 0; -8)$, $A_2(3; -6; -5)$, $A_4(3; -7; -3)$, $B_1(2; -9; -3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2y - z - 10 = 0$ и $\beta : 2x - 2y - 3z = 1$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 5; 1)$, $B(10; 2; 2)$, $C(7; 9; 1)$, $S(7; 2; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; -4; -3)$ параллельно плоскости $3x + 2y - 7z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-2}{-9}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 9; 6)$, $B(5; 13; 11)$, $C(2; 2; -3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + z - 4 = 0 \\ x - 5y - 2z - 19 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-17; -16; 0)$ на плоскость $4x + 2y + z = -16$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z + 13 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 0)$, $B(6; -5)$ и $C(4; 4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 2; 1)$, $\mathbf{b}(5; 6; 4)$, $\mathbf{c}(-5; -5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -4; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -4; -4)$, $\mathbf{b}(1; -3; -3)$, $\mathbf{c}(2; 6; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 6; 8)$, $B(7; 7; 7)$, $C(7; 13; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(0; 2; 9)$, $B(1; 2; 8)$, $C(-1; 3; 11)$, $D(1; 0; 6)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(-7; 6; 7)$, $A_2(-1; 3; 5)$, $A_3(-5; 7; 7)$, $A_4(-16; 9; 8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y - z + 2 = 0$ и $\beta : -9x - 3y - z = 1$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 8; -10)$, $B(8; 11; -9)$, $C(1; 7; -10)$, $S(-6; -2; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; 2; 8)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + z = 6$ и $-x + y - 4z = 5$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 6)$, $B(11; 11; 11)$, $C(6; 0; 5)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 3y - z - 30 = 0 \\ -2x - y + z + 14 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; 0; -7)$ относительно плоскости $7x + 9y + 6z = -1$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-6} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 2 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 2)$, $B(-1; -13)$ и $C(-8; -2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-3; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -5; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-6; 3; -4)$, $\mathbf{b}(7; 3; -2)$, $\mathbf{c}(3; 2; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 6; 9)$, $B(9; 5; 5)$, $C(5; 10; 16)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(0; 3; 8)$, $B(1; 5; 11)$, $C(0; 2; 7)$, $D(1; 7; 13)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-2; 2; -8)$, $Q(3; 6; 2)$, $R(4; 1; -5)$, $S(-6; 3; -10)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - 3y - 2z = -9$ и $\beta : -3x - 2z - 11 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -8; -5)$, $B(-6; -7; -5)$, $C(-9; -6; -4)$, и найти расстояние от точки $S(6; 8; -4)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-9; -10; 2)$ параллельно плоскости $2x + y + 2z + 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 9; 9)$, $B(8; 10; 8)$, $C(7; 10; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y - z - 21 = 0 \\ -3x - y + z - 10 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; -4; -8)$ относительно плоскости $-y - 3z - 3 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-1}{7}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -3$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 3)$, $B(-5; -10)$ и $C(0; 15)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; 3)$, $\mathbf{b}(3; 2; 6)$, $\mathbf{c}(-1; 0; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -2; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 2; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -2)$, $\mathbf{c}(1; 0; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 8)$, $B(-1; 13; 11)$, $C(0; 12; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(4; -5; -5)$, $\mathbf{c}(3; 0; -1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(-3; -1; 8)$, $A_2(2; -6; 9)$, $A_3(3; -11; 9)$, $A_4(9; -7; 11)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 4x - 4y + z = -10$ и $\beta : -y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -9; 7)$, $B(10; -7; 6)$, $C(5; -10; 5)$, и найти расстояние от точки $S(1; 7; -4)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -2; -8)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y-5}{-10} = \frac{z+4}{1}$ и $\frac{x+5}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 1; 1)$, $B(4; -2; 3)$, $C(1; 8; -4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y + 10 = 0 \\ -2x - 3y - z + 24 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; 4; 10)$ относительно плоскости $3x + 5y + 8z + 44 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + z = -6$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 1)$, $B(1; 8)$ и $C(2; -1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 2; -5)$, $\mathbf{b}(-3; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-3; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -1; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; 3; 2)$, $\mathbf{b}(-4; 3; -1)$, $\mathbf{c}(3; -2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 0)$, $B(4; 13; 0)$, $C(3; 11; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{b}(1; -6; -3)$, $\mathbf{c}(-2; 7; 2)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-4; -5; -7)$, $Q(1; -12; -13)$, $R(-5; -3; -6)$, $S(-4; -14; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + z - 1 = 0$ и $\beta : -2x - 6y - 4z = -10$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 5; 4)$, $B(5; 10; 4)$, $C(5; 2; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-1; 8; 3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-10; 0; -9)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-10} = \frac{z+1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + 2 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 0)$, $B(5; 1; 3)$, $C(-4; 6; -10)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y - 2z - 8 = 0 \\ x - 3y + z - 29 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-11; -2; -3)$ на плоскость $4x + 4y + 3z = 62$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -7x + y - 3z + 10 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(23; -5)$ и $C(3; 7)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 34.

- В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 1.
- Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; -1)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 0)$, $\mathbf{c}(2; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -1; 4)$ по этим векторам.
- Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
- Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 2)$, $\mathbf{b}(-4; 3; -5)$, $\mathbf{c}(1; 6; -6)$.
- Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 5)$, $B(13; 8; 14)$, $C(12; 7; 12)$.
- Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
- Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(3; -4; 1)$, $\mathbf{b}(0; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 0)$?
- Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(7; 6; -7)$, $B(6; 8; -10)$, $D(4; 12; -15)$, $E(11; 3; -11)$.
- Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 2z = -4$ и $\beta : -x - 5z - 13 = 0$.
- Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -6; 9)$, $B(0; -7; 10)$, $C(-4; -5; 9)$, $S(-6; 3; 8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
- Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3; 8; -5)$ параллельно плоскости $-2x - y - 4z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-6}{3}$.
- Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 2; 1)$, $B(2; 5; 11)$, $C(4; 4; 8)$.
- Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z - 4 = 0 \\ 3x - 2y + 5z - 7 = 0 \end{cases}$$
- Найти проекцию точки $M(-20; -32; 21)$ на плоскость $-7x - 9y + 6z = -110$.
- Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z = -5$.
- На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 0)$, $B(0; -14)$ и $C(6; 8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 0; 2)$, $\mathbf{b}(5; -4; -2)$, $\mathbf{c}(4; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -5; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(6; -3; -5)$, $\mathbf{b}(11; -13; -14)$, $\mathbf{c}(-4; 4; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 8; 5)$, $B(10; 17; 9)$, $C(9; 15; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(0; 9; 2)$, $B(1; 7; 1)$, $C(7; 5; -1)$, $D(9; 2; -3)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-8; -3; -6)$, $B(-4; -6; 2)$, $C(-6; -4; -8)$, $D(-11; -1; -15)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x - 4y + 7z = -10$ и $\beta : -x + y - 10 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 5; 0)$, $B(-5; 3; 7)$, $C(-2; 8; -6)$, $S(-1; 2; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -10; 1)$ перпендикулярно плоскостям $-2x - y - 4z - 5 = 0$ и $5x + 2y + 7z - 7 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 5)$, $B(9; 3; 10)$, $C(4; 2; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 6x + y - 2z - 14 = 0 \\ -x + y - z - 5 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; 10; 4)$ относительно плоскости $-x + 3y - 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z - 4 = 0$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 1)$, $B(-5; 23)$ и $C(3; -1)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -5; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -7; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 2; -4)$, $\mathbf{b}(-4; 3; -7)$, $\mathbf{c}(8; -11; 20)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 1; 8)$, $B(4; 2; 3)$, $C(3; 2; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(5; 8; 5)$, $B(-2; 17; -2)$, $C(4; 8; 0)$, $D(5; 9; 7)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(8; -6; -9)$, $A_2(5; -4; -7)$, $A_3(9; -7; -4)$, $A_4(6; -5; -14)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 8 = 0$ и $\beta : 3x - 2y - 7z = -12$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; 0; -2)$, $B(8; -3; -2)$, $C(5; 8; -1)$, и найти расстояние от точки $S(7; -8; -5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -7; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + 4z = 4$ и $-2x - y - 5z = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 9; 2)$, $B(2; 10; 4)$, $C(9; 8; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 8y + 3z - 2 = 0 \\ -x + 5y - z + 6 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; -1; -3)$ относительно плоскости $-3y + z + 15 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y + 2z = 11$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 0)$, $B(26; -2)$ и $C(3; 12)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -2)$, $\mathbf{b}(2; 1; 0)$, $\mathbf{c}(-3; -5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(5; -4; -6)$, $\mathbf{b}(-6; 5; 7)$, $\mathbf{c}(-11; 2; 9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 7)$, $B(6; 4; -1)$, $C(2; 7; 12)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 0; 6)$, $B(16; -6; 11)$, $C(11; 1; 9)$, $D(3; 3; 4)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; -2; -6)$, $B(3; -2; -7)$, $D(1; -4; -5)$, $E(-4; -7; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - 2z - 15 = 0$ и $\beta : x + 4y - z = -12$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 10; -1)$, $B(0; 11; 0)$, $C(5; 11; 1)$, и найти расстояние от точки $S(6; 4; -5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -4; 5)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - 1 = 0$ и $-2x + 4y + z = 3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 8; 8)$, $B(5; 5; 3)$, $C(3; 12; 15)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - 2z - 22 = 0 \\ -x + y + 3z + 21 = 0 \end{cases}$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(10; 17; 4)$ относительно плоскости $5x + 6y + 3z + 11 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 4y - 2z = 1$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 0)$, $B(22; 3)$ и $C(13; -12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 0; 3)$, $\mathbf{b}(-2; -1; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 5; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-4; 3; -3)$, $\mathbf{b}(-4; 3; -2)$, $\mathbf{c}(14; -11; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 9; 3)$, $B(7; 11; 4)$, $C(5; 10; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 4)$, $\mathbf{b}(1; 3; 4)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 7)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-7; 0; 1)$, $Q(-4; -1; -3)$, $R(-2; -2; -8)$, $S(3; 1; 6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 5x + 7y + 4z = -9$ и $\beta : -x + z - 2 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -9; -1)$, $B(3; -8; -2)$, $C(0; -10; -6)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 7; 5)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 0; 6)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y = 0$ и $-x + 3y + z - 7 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 6; 0)$, $B(7; 9; 5)$, $C(8; 11; 8)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + 3y - 5z - 26 = 0 \\ 8x - 4y + 7z + 20 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(-10; -14; 7)$ на плоскость $-3x - 5y + 4z = -72$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 4y - z = -2$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 4)$, $B(-13; -2)$ и $C(-8; 12)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -3)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; -7; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; 2; 5)$, $\mathbf{b}(2; 1; 2)$, $\mathbf{c}(2; 3; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 6; 8)$, $B(2; 1; 11)$, $C(1; 3; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(1; 7; 5)$, $B(2; 9; 7)$, $C(3; -1; 8)$, $D(-2; 4; 0)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(0; -3; -4)$, $B(3; -6; -3)$, $C(2; -4; -4)$, $D(-7; 2; -6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - y + 5z = -1$ и $\beta : y + 2z + 14 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; -3; -8)$, $B(-5; -2; -7)$, $C(-5; 1; -8)$, и найти расстояние от точки $S(8; 4; 4)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; -1; 9)$ параллельно плоскости $-x + 2y + z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-3}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 0)$, $B(4; 11; -10)$, $C(9; -1; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - 2z - 26 = 0 \\ -3x - y + z + 9 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки $M(14; 20; 8)$ на плоскость $-4x - 5y - 3z + 80 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + z = 4$.
16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(-7; 16)$ и $C(-9; -2)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .